CEOI 2022

CENTRAL EUROPEAN OLYMPIAD IN INFORMATICS

VARAZDIN, CROATIA, JULY 24 - 30

Deň 1

26. júla 2022

Úlohy

Úloha	Časový limit	Pamäťový limit	Body
Kúzelník	3 sekundy	512 MiB	100
Domáca	1 sekunda	512 MiB	100
Výhra	3.5 sekundy	1024 MiB	100
Spolu			300

REPUBLIC OF CROATIA
Ministry of Science and Education

CROATIAN ASSOCIATION OF TECHNICAL CULTURE

CROATIAN COMPUTER SCIENCE ASSOCIATION

Úloha: Kúzelník

Pamätáte si na kúzelníka čo presvedčil Jara Slávika, že aj kúzelník môže byť talentovaný? Podobný týpek, Tin Golubić - taktiež známy ako *Mr. Magic Man* sa objavil v chorvátskej verzii súťaže Supertalent a patrí medzí najtalentovanejších kúzelníkov vo Varaždine. Špecializuje sa na triky s kartami a táto úloha je poctou jeho skutočne pôsobivým magickým výkonom, ktorým sú Chorváti rokmi svedkami.

Tinov trik uvedený v tejto úlohe zahŕňa balíček N kariet, kde každá karta má na lícnej strane napísané jedinečné celé číslo od 1 do N a celkový počet kariet je párny. Tin sa chystá vykonať sériu kúzelníckych miešaní (*riffle shuffle* - rozdelenie na dve časti a postupné prekrývanie týchto dvoch častí) a kedykoľvek môže niekto z publika vykríknuť otázku: „*Aké bolo číslo napísané na tvári i-tej karty zdola po tom, čo ste zamiešali balíček t-krát?*“. Prirodzene, Tin okamžite odpovie správnou odpoveďou.

Tajomstvo tohto triku zahŕňa kombináciu Tinových neuveriteľných mentálnych schopností a jeho zručnosti pri manipulácii s kartami. Po prvé, bude si dokonale pamätať počiatočný stav balíčka, čo znamená, že presne vie, ktorá karta je na ktorej pozícii na začiatku.

Potom použije mierne upravenú verziu štandardného kúzelníckeho miešania, ktorá zostáva bez povšimnutia publika. Podobne ako typické kúzelnícke miešanie, Tin zoberie spodnú polovicu kariet do ľavej ruky a hornú polovicu kariet do pravej ruky, pričom ich má vždy lícom nadol a odhadzuje po jednej karte nadol. Vždy namiesto náhodného pustenia karty z jednej zo svojich rúk, vždy pustí spodnú kartu s menším číslom napísaným na lícnej strane. Navyše, keď z jednej ruky odhodí všetky karty, pustí všetky zvyšné karty aj z jeho druhej ruky. Tým je premiešanie balíčka dokončené.

Počnúc od úvodného balíčka bude Tin opakovane miešať na hracej ploche aktuálny balíček, čím sa získa nové poradie kariet, ktoré sa bude následne miešať znova.

Vašou úlohou je napísať program, ktorý simuluje Tinov trik, t.j. vzhľadom na počiatočný stav balíčka, budete musieť odpovedať na Q otázok z publika.

Vstup

Prvý riadok obsahuje dve medzerou oddelené celé čísla N a Q (viď popis vyššie). Môžete predpokladať, že N je párne.

Druhý riadok obsahuje N medzerou oddelených celých čísel, permutáciu čísel $\{1, 2, \ldots, N\}$ udávajúci úvodné poradie kariet v balíčku od najspodnejšej karty po vrchnú.

Nasleduje Q riadkov, pričom j-ty riadok obsahuje dve medzerou oddelené celé čísla t a i ($1 \leq i \leq N$) popisujúce j-tu otázku z publika, teda pozíciu i-tej karty po t premiešaniach balíčka.

Výstup

Výstup obsahuje Q riadkov, pričom i-ty riadok obsahuje jedno celé číslo v rozsahu 1 až N, odpoveď na i-tu otázku..

Bodovanie

Vo všetkých podúlohách platí $2 \leq N \leq 200\,000$, $1 \leq Q \leq 1\,000\,000$ a $0 \leq t \leq 10^9$.

Podúloha	Body	Obmedzenia
1	10	$N \leq 1000$
2	40	Všetky otázky majú rovnakú hodnotu t.
3	25	$N, Q \leq 100\,000$
4	25	Bez ďalších obmedzení

Príklad 1

vstup

```
6 3
1 5 6 2 3 4
1 2
0 4
1 5
```

výstup

```
2
2
5
```

Príklad 2

vstup

```
6 6
2 1 5 4 6 3
0 1
1 1
0 3
1 3
0 6
10 6
```

výstup

```
2
2
5
4
3
3
```

Príklad 3

vstup

```
10 10
7 5 2 9 10 8 4 3 6 1
3 1
3 2
3 3
3 4
3 5
3 6
3 7
3 8
3 9
3 10
```

výstup

```
2
3
6
1
7
5
8
4
9
10
```

popis tretieho príkladu:
Tabuľka nižšie zobrazuje stav balíčka po každom zamiešaní. Všetky otázky majú $t = 3$, takže výstupom je presne stav balíčka po 3 zamiešaniach.

Počet zamiešaní	Stav balíčka (odspodu nahor)
0	7 5 2 9 10 8 4 3 6 1
1	7 5 2 8 4 3 6 1 9 10
2	3 6 1 7 5 2 8 4 9 10
3	2 3 6 1 7 5 8 4 9 10

Úloha: Domáca

Malá Helenka nedávno skončila prvý ročník základky. Mala samé včeličky a zistila, že ju baví matematika. Teraz prázdninuje s rodinou, ale už jej chýbajú domáce úlohy. Ešteže má staršieho brata, ktorý jej je ochotný vymýšľať úlohy. Dnes dostala takúto:

Korektný výraz je rekurzívne definovaný nasledovne:

- reťazec `?` je korektný výraz (predstavujúci neznáme číslo)
- ak A a B sú korektné výrazy, tak aj `min(`A`,`B`)` a `max(`A`,`B`)` sú korektné výrazy. Funkcia `min` vracia menší a funkcia `max` väčší zo svojich dvoch argumentov.

Napríklad výrazy `min(min(?,?),min(?,?))` a `max(?,max(?,min(?,?)))` sú podľa vyššie uvedenej definície korektné, zatiaľ čo výrazy `??`, `max(min(?))` a `min(?,?,?)` korektné nie sú.

Helenka dostane korektný výraz, v ktorom je presne N otáznikov. Každý otáznik treba nahradiť číslom z množiny $\{1, 2, \ldots, N\}$, pričom každé číslo treba použiť práve raz. Inými slovami, otázniky treba nahradiť nejakou permutáciou čísel od 1 po N.

Po dosadení za otázniky vznikne výraz, ktorého hodnota zjavne bude celé číslo v rozsahu od 1 po N. Helenka má za úlohu určiť, koľko rôznych hodnôt môže jej výraz naozaj nadobudnúť. Inými slovami, má zistiť, koľko rôznych výsledkov by sme videli, keby sme postupne vyskúšali všetky možné dosadenia za otázniky.

Vstup

Vstup má jeden riadok, v tom je jeden korektný výraz.

Výstup

Vypíš jedno celé číslo medzi 1 a N: počet rôznych hodnôt, ktoré sa dajú z daného výrazu získať nejakým platným dosadením čísel za otázniky.

Obmedzenia a hodnotenie

Vo všetkých podúlohách platí $2 \leq N \leq 1\,000\,000$.

Podúloha	Body	Dodatočné obmedzenia
1	10	$N \leq 9$
2	13	$N \leq 16$
3	13	Každý výskyt funkcie v danom výraze má ako aspoň jeden z argumentov otáznik.
4	30	$N \leq 1000$
5	34	bez ďalších obmedzení

Príklad 1

vstup	**výstup**
`min(min(?,?),min(?,?))`	`1`

vysvetlenie prvého príkladu:
Nech priradíme čísla otáznikom akokoľvek, výsledkom bude vždy minimum množiny $\{1, 2, 3, 4\}$, čiže 1. Pre tento výraz teda existuje len jedna dosiahnuteľná hodnota.

Príklad 2

vstup	**výstup**
`max(?,max(?,min(?,?)))`	`2`

vysvetlenie druhého príkladu:
Vieme dostať výsledky 3 a 4, a to nasledovne: `4=max(4,max(3,min(2,1)))` a `3=max(3,max(2,min(1,4)))`. Výsledok 1 ani 2 dostať nevieme, dosiahnuť sa teda dajú práve dve rôzne hodnoty.

Príklad 3

vstup	**výstup**
`min(max(?,?),min(?,max(?,?)))`	`3`

Úloha: Výhra

„*Život na hrane!*“ je nový televízny program ktorého hlavnou cieľovou skupinou sú fanúšikovia teórie grafov. Počas každého dielu relácie zadá moderátor súťažiacim novú úlohu. Súťažiaci, ktorý ju vyrieši prvý, vyhrá all-inclusive výlet na pobrežie Chorvátska, vrátane (Eulerovskej) prechádzky so sprievodcom po slávnych múroch mesta Dubrovník.

Tomislav mal šťastie – vybrali ho ako súťažiaceho do ďalšieho dielu tohto programu. Hneď začal trénovať. Celé noci trávil v knižnici a študoval obskurné vety. Jednu noc tam aj zaspal. Vtedy sa mu prisnil sen, v ktorom už súťažil v relácii. Keď sa zobudil, presne si pamätal úlohu, ktorú vo sne v relácii dostal… a aj to, že vôbec netušil, čo s ňou robiť.

V tejto úlohe moderátor nakreslil dva zakorenené *stromy* (t.j. jednoduché súvislé acyklické grafy). Každý strom má N vrcholov, ktoré sú očíslované od 1 po N. Samotné stromy majú čísla 1 a 2. Moderátor následne oznámil, že hrany oboch stromov majú nejaké kladné váhy, ale tieto váhy sú úmyselne skryté.

Tomislav následne dostal možnosť zvoliť si ľubovoľnú podmnožinu čísel od 1 po N (t.j. podmnožinu čísel vrcholov), ktorá má veľkosť presne K.

Keď si Tomislav zvolil túto podmnožinu, následne dostal možnosť opýtať sa nanajvýš Q otázok. Každá otázka musela mať tvar (a, b), kde a a b sú čísla vrcholov.

Na otázky mu moderátor následne odpovedal. Odpoveďou pre každú otázku bola usporiadaná štvorica $(d_1(l_1, a), d_1(l_1, b), d_2(l_2, a), d_2(l_2, b))$.

Symbolom $d_t(x, y)$ označujeme *vzdialenosť* vrcholov x a y v strome t. (Táto vzdialenosť je rovná súčtu váh hrán na jedinej priamej ceste medzi vrcholmi x a y v danom strome.)

Symbolom l_t označujeme *najmenšieho spoločného predka* Tomislavovych vrcholov a a b v strome t. (Inými slovami, ide o vrchol, v ktorého podstrome ležia vrcholy a aj b, a ktorý je spomedzi všetkých takýchto vrcholov najďalej od koreňa.)

Keď už Tomislav položil všetky otázky, ktoré položiť chcel, príde posledná časť hry. Aby Tomislav vyhral cenu, musí teraz on odpovedať na podobné otázky, ktoré mu bude klásť moderátor. Presnejšie, takýchto otázok bude T a každá bude mať tvar (p, q), kde p a q sú čísla vrcholov **ktoré patria do podmnožiny, ktorú si Tomislav na začiatku zvolil**. Pre každú takúto otázku má Tomislav odpovedať usporiadanou dvojicou $(d_1(p, q), d_2(p, q))$: teda vzdialenosťou medzi p a q v prvom a následne v druhom strome.

Ako isto čakáte, vašou úlohou je pomôcť Tomislavovi s týmto chutným problémom.

Interakcia

Toto je interaktívna úloha. Váš program má komunikovať s programom, ktorý pripravili organizátori. Váš program je Tomislav, organizátorský program je moderátor. Váš program musí zaručene vyhrať cenu.

Na začiatku má váš program zo štandardného vstupu načítať riadok, v ktorom sú štyri čísla: N, K, Q a T.

Potom má načítať popis oboch stromov. Popis každého stromu je daný na jednom riadku: najskôr strom 1 a potom strom 2. Každý popis stromu je postupnosť N celých čísel $p_1, p_2, \ldots, p_N$, kde $p_i \in \{-1, 1, 2, \ldots, N\}$ je číslo rodiča vrcholu i. (Hodnota $p_i = -1$ znamená, že vrchol i je koreňom príslušného stromu, a teda nemá rodiča.)

Následne má váš program vypísať na štandardný výstup jeden riadok obsahujúci presne K navzájom rôznych medzerou oddelených čísel $x_1, x_2, \ldots, x_K$ $(1 \le x_i \le N)$: podmnožinu vrcholov, ktorú si si vybral. Po každom výpise vrátane tohto je potrebné spraviť *flush* štandardného výstupu.

Teraz prichádza fáza, kedy sa váš program pýta nanajvýš Q otázok. Každú otázku sa opýtate tak, že na štandardný výstup vypíšete riadok `'? a b'` $(1 \le a, b \le N)$. Nezabudnite flush po každej otázke. Po poslednej otázke vypíšte riadok s jediným znakom `'!'` a opäť spravte flush.

Po dokončení kladenia otázok sa dozviete odpovede na ne. Koľko otázok ste položili, toľkokrát teraz môžete prečítať riadok zo vstupu. Budú v ňom postupne štyri medzerou oddelené čísla $d_1(l_1, a)$, $d_1(l_1, b)$, $d_2(l_2, a)$ a $d_2(l_2, b)$: odpovede na príslušnú otázku s vyššie definovaným významom.

A už sme skoro pri konci. Teraz má váš program načítať zo vstupu postupne všetkých T otázok moderátora. Každá otázka je na samostatnom riadku a tvoria ju dve medzerou oddelené čísla p a q (pričom $p, q \in \{x_1, x_2, \ldots, x_K\}$).

Na záver má váš program vypísať odpovede na tieto otázky. Postupne pre každú z nich (v poradí, v ktorom boli položené) vypíšte jeden riadok a v ňom dve medzerou oddelené čísla $d_1(p, q)$ a $d_2(p, q)$. Po vypísaní poslednej odpovede poslednýkrát spravte flush.

Poznámka: Z webu testovača si viete stiahnuť ukážkovú implementáciu riešenia, ktorá korektne komunikuje s organizátorským programom (vrátane správneho robenia flush) a správne vyrieši prvý príklad z tohto zadania.

Obmedzenia a hodnotenie

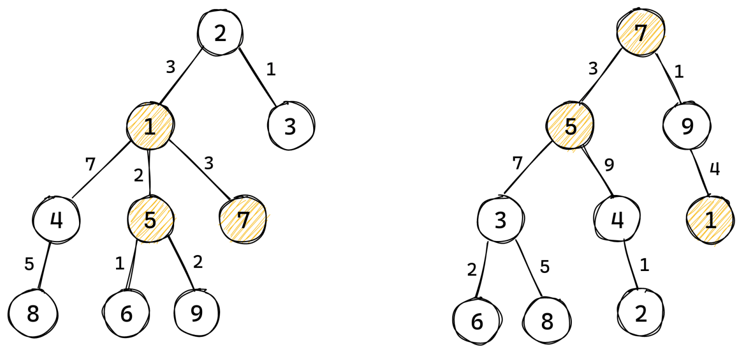
Je zaručené, že váhy hrán sú kladné celé čísla, ktoré neprekročia 2 000.

Vo všetkých podúlohách platí $2 \leq K \leq 100\,000$ a $1 \leq T \leq \min(K^2, 100\,000)$.

Podúloha	Body	Dodatočné obmedzenia
1	10	$N = 500\,000$, $Q = K - 1$, stromy sú identické (vrátane všetkých skrytých váh hrán)
2	25	$N = 500\,000$, $Q = 2K - 2$
3	19	$N = 500\,000$, $K = 200$, $Q = K - 1$
4	22	$N = 1\,000\,000$, $K = 1\,000$, $Q = K - 1$
5	24	$N = 1\,000\,000$, $Q = K - 1$

Príklad

Výstup	Vstup
	`9 3 2 3`
	`2 -1 2 1 1 5 1 4 5`
	`9 4 5 5 7 3 -1 3 7`
`1 5 7`	
`? 1 5`	
`? 1 7`	
`!`	
	`0 2 5 3`
	`0 3 5 0`
	`1 7`
	`7 5`
	`5 1`
`3 5`	
`5 3`	
`2 8`	



1 2

Vysvetlenie:

Program riešiaci tento príklad si vybral podmnožinu $\{1, 5, 7\}$ a následne sa opýtal otázky $(1, 5)$ a $(1, 7)$.

Pre prvú otázku platí, že najmenší spoločný predok vrcholov 1 a 5 je $l_1 = 1$ a $l_2 = 7$. Odpoveď na túto otázku je teda štvorica $(d_1(1,1) = 0, d_1(1,5) = 2, d_2(7,1) = 5, d_2(7,5) = 3)$.

Pre druhú otázku platí, že najmenší spoločný predok vrcholov 1 a 7 je $l_1 = 1$ a $l_2 = 7$, a teda odpoveď moderátora tvoria čísla $(d_1(1,1) = 0, d_1(1,7) = 3, d_2(7,1) = 5, d_2(7,7) = 0)$.

V záverečnej časti interakcie sa moderátor opýtal otázky $(1,7)$, $(7,5)$ a $(5,1)$. Odpovede na ne sú $(d_1(1,7) = 3, d_2(1,7) = 5)$, $(d_1(7,5) = 5, d_2(7,5) = 3)$ a $(d_1(5,1) = 2, d_2(5,1) = 8)$.