G. H. Hardy

Obrana matematikova

Prostor, 1999
preklad: **Josef Moník**

- 41 (předmluva C. P. Snowa)
  G. H. Hardy
  - Nemá cenu, aby člověk jisté úrovně vyjadřoval názor většiny. Z definice vyplývá, že je na spoustě jiných, aby to udělali.
- 42 (předmluva C. P. Snowa)
  G. H. Hardy
  - Člověk někdy musí říkat složité věci, ale měl by je říkat co nejjednodušeji.
- 81
  Šachová úloha je ryze matematický problém, je to však do jisté míry matematika „triviální“. Bez ohledu na to, jak je důvtipná a složitá, bez ohledu na to, jak jsou tahy originální a překvapivé, chybí zde něco podstatného. Šachová úloha je *nedůležitá*.
- 81
  Jen velmi málo matematiky je použitelné v praxi a i to málo je poměrně nezajímavé. „Vážnost“ matematické věty spočívá nikoli v jejích praktických důsledcích, které jsou obyčejně zanedbatelné, nýbrž ve *významu* matematických myšlenek, které spojuje. Můžeme zhruba říci, že matematická idea je „významotvorná“, může-li být spojena, přirozeně a názorně, s velkým souborem dalších matematických idejí. Tak může závažná matematická věta, spojující důležité ideje, vést k důležitému pokroku v samotné matematice, a dokonce i v jiných vědách. Naproti tomu žádná šachová úloha dosud neovlivnila obecný vývoj vědeckého myšlení; Pýthagorás, Newton a Einstein změnili ve své době celý jeho směr.
- 91
  Šachová úloha je výsledkem důmyslného, ale velmi omezeného souboru idejí, které se od sebe nijak zásadně neliší a které nemají žádný zpětný dopad. Mysleli bychom tím samým způsobem, kdyby šachové úlohy nebyly nikdy vynalezeny, kdežto Eukleidovy a Pýthagorovy věty hluboce ovlivnily myšlení i mimo oblast matematiky.
- 92
  Eukleidova věta říká, že máme dostatečnou zásobu materiálu k vytvoření souvislé aritmetiky celých čísel. Pýthagorova věta a její rozšíření říká, že poté, co jsme zkonstruovali tuto aritmetiku, nebude už stačit našim potřebám, neboť mnoho veličin nabízejících se naší pozornosti nebude možno změřit. Úhlopříčka čtverce je pouze jedním, nejnápadnějším příkladem. Mimořádnou důležitost tohoto objevu poznali řečtí matematikové ihned. Vycházeli z předpokladu (který jim, jak předpokládám, diktoval zdravý rozum), že všechny veličiny stejného druhu jsou souměřitelné, že například každé dvě délky jsou násobky nějaké společné jednotky, a na tomto předpokladu založili teorii proporcí. Pýthagorův objev odhalil neudržitelnost takového opodstatnění a vedl ke konstrukci mnohem důkladnější teorie Eudoxovy, která je uvedena v páté knize Základů a již mnozí moderní matematikové považují za nejpozoruhodnější úspěch řeckých matematiků. Tato teorie je myšlenkově nesmírně moderní a lze ji považovat za počátek moderní teorie iracionálních čísel, která způsobila zásadní převrat v matematické analýze a měla velký vliv na současnou filozofii.
- 94
  (…) Iracionální čísla jsou pro inženýra nezajímavá, neboť se zabývá jenom přibližnými hodnotami, a všechny přibližné hodnoty jsou čísla racionální.
- 95
  Závažná matematická idea, závažná matematická věta, by měla být v nějakém smyslu „obecná“. Měla by být součástí více matematických pojmů, které se používají při vedení důkazů mnoha různých vět. Věta by měla být schopna zamýšleného pojmového rozšíření, i když je vyjádřena v původní, zvláštní formě (jako Pýthagorova věta) a měla by být typická pro celou třídu vět svého druhu. Vztahy odkryté důkazem by měly spojovat mnoho různých matematických myšlenek. Toto vše je velice vágně řečeno a platí to s mnoha výhradami. Je to nicméně natolik srozumitelné,

aby bylo jasné, že věta může být těžko závažná, jestliže tyto vlastnosti nápadně postrádá. Stačí si vybrat příklady mezi ojedinělými kuriozitami, kterými aritmetika oplývá. Uvedu namátkou dva z *Matematických rekreací* od Rouse Balla.

(a) 8712 a 9801 jsou jedinými čtyřmístnými čísly, která jsou celými násobky svých „protijdoucích hodnot“:

$$8712 = 4 \cdot 2178, 9801 = 9 \cdot 1089,$$

a tuto vlastnost nemají žádná jiná čísla do $10\,000$.

(b) Existují pouze čtyři čísla (kromě 1), která jsou součtem třetích mocnin svých číslic, totiž

$$153 = l^3 + 5^3 + 3^3, 370 = 3^3 + 7^3 + 0^3,$$

$$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3, 407 = 4^3 + 0^5 + 7^3.$$

Jsou to zvláštní příklady, jež jsou velmi vhodné pro hádankářské rubriky časopisů. Možná potěší amatéry, ale není na nich nic, co by mohlo zaujmout matematika. Důkazy nejsou ani těžké, ani zajímavé – pouze poněkud únavné. Věty nejsou závažné, je zřejmé, že jedním z důvodů (i když možná ne tím nejdůležitějším), je jejich krajní zvláštnost co do výroku i důkazu, jež nepřipouští žádné platné zobecnění.

- 99

  Určitá míra zobecnění musí být přítomna v každé větě vyšší třídy, ale je-li *přílišná*, vede to nevyhnutelně k jejímu zbanálnění.

- 99

  (…) Vlastnost společná příliš mnoha objektům může být jen těžko zajímavá a matematické ideje se také zakalí, když se jim nedostává osobitosti.

- 99

  Whitehead

  - Plodnou koncepci přináší velké zobecnění omezené šťastně zvolenými zvláštnostmi.

- 107

  Když říkáme, že je fyziologie užitečná, tak tím nemyslíme, že by ji měla většina lidí studovat, ale že rozvoj fyziologie prostřednictvím hrstky odborníků prospěje blahu většiny.

- 108

  Ospravedlnit život jakéhokoli opravdového profesionálního matematika na základě „užitečnosti“ jeho práce je nemožné.

- 110

  (…) Gauss i menší matematikové mohou mít oprávněnou radost z toho, že ať je tomu jakkoli, existuje jedna věda, a to jejich vlastní, jejíž odlehlost od obyčejné lidské činnosti ji může udržet mírumilovnou a neposkvrněnou.

- 119

  Největších úspěchů v moderní aplikované matematice bylo dosaženo v relativitě a kvantové mechanice a tyto obory jsou v současné době v každém případě téměř stejně „neupotřebitelné“ jako teorie čísel. Jsou to právě ty nezajímavé, elementární části aplikované i čisté matematiky, které slouží dobrému nebo zlému. Čas může všechno změnit. Nikdo nepředvídal využití matic, grup a jiných čistě matematických teorií v moderní fyzice. Stává se, že se nějaká „intelektuální“ aplikovaná matematika stane neočekávané „užitečná“, ale dosavadní zkušenost potvrzuje závěr, že jak v jednom, tak ve druhém oboru je to právě to všední a nezajímavé, co má nějaký význam pro praktický život.

- 121

  (…) Užitečná matematika je taková, kterou potřebuje každý lepší inženýr nebo průměrný fyzik, a to je zhruba totéž, jako říci, že taková matematika nemá žádný zvláštní estetický náboj.

- 122

  Jestliže užitečné znalosti jsou – jak jsme si je pro naše potřeby definovali – znalostmi, které mají nyní nebo v dohledné budoucnosti přispívat ke zvýšení hmotného uspokojení lidstva a čistě duchovní uspokojení není důležité, pak je podstatná část vyšší matematiky bezcenná. Moderní geometrie a algebra, teorie čísel, teorie množin a funkcí, teorie relativity, kvantová mechanika v této zkoušce neobstojí a neexistuje žádný skutečný matematik, jehož život by bylo možné v tomto smyslu ospravedlnit.

- 125
  (…) Vysoce abstraktní myšlení jednoho druhu má sklon ovlivnit abstraktní myšlení jiného druhu (…).
- 129
  (…) Každý, kdo obhajuje svůj předmět, zjistí nakonec, že obhajuje sám sebe; a moje ospravedlnění života profesionálního matematika je zákonitě ospravedlněním mne samého.