28. ročník MO, úloha C-I-6

V rovine je daných 5 mrežových bodov. Dokážte, že aspoň jedna z úsečiek, ktoré v nich majú krajné body, má stred v niektorom mrežovom bode.

Riešenie

Podľa Dirichletovho princípu majú vodorovné súradnice aspoň 3 z týchto 5 bodov rovnakú paritu. Opäť podľa Dirichletovho princípu majú zvislé súradnice aspoň 2 z týchto 3 bodov rovnakú paritu. Stred úsečky s týmito krajnými bodmi má potom obe súradnice celočíselné, takže je to mrežový bod.