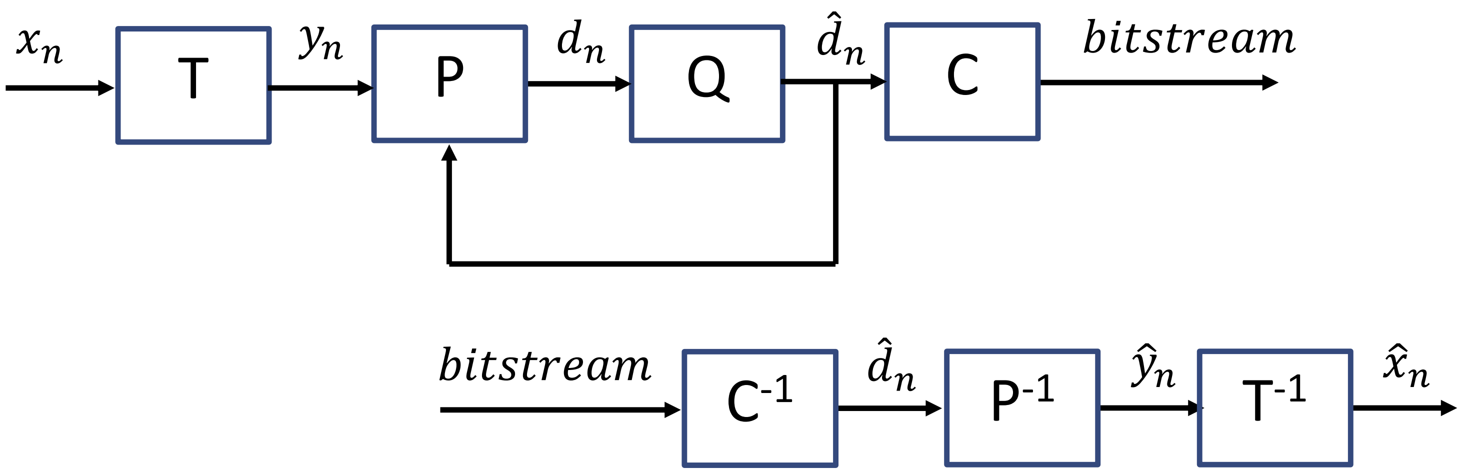
Stratová kompresia údajov
transformácie, JPEG

ÚINF/KMÚ ZS 2019/20
doc. RNDr. Jozef Jirásek, PhD.

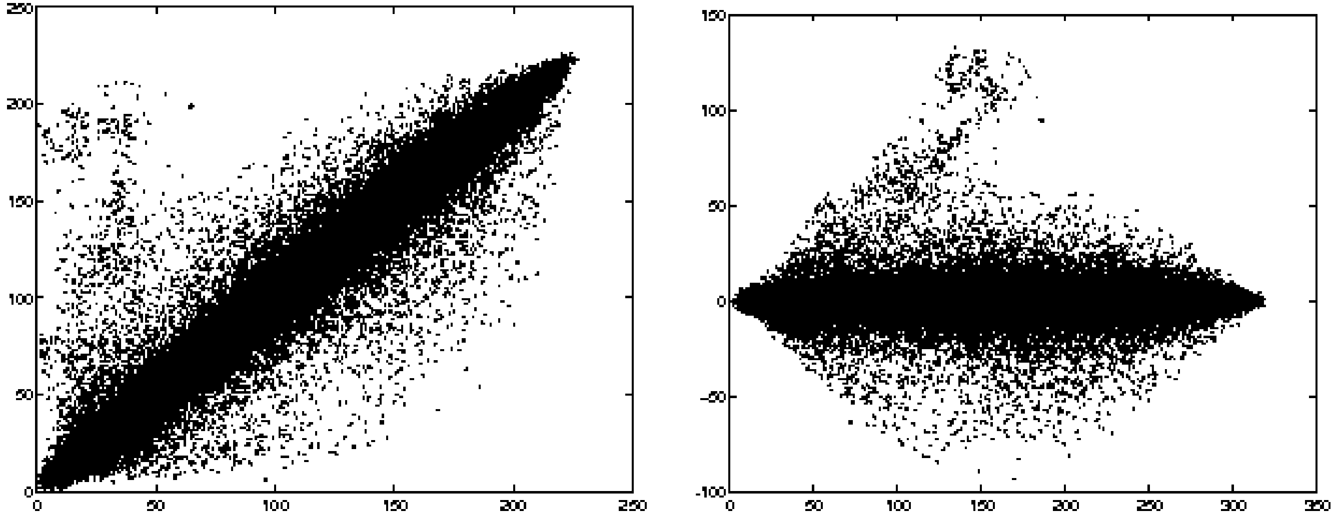
Miesto transformácie v kódovacom reťazci

- vstupné údaje transformuje (bez straty informácie) na transformované údaje (lineárnou transformáciou, resp. transformáciou vhodnou pre uvažovanú doménu)
- v transformovanom tvare je možné lepšie využiť ďalšie metódy – predikciu, kvantizáciu, entropické bezstratové kódovanie ...



Lineárne transformácie

- pokiaľ sú vstupné údaje korelované (dvojice resp. N-tice pre N-dimenzionálny priestor) – je možné ich transformovať tak, že v niektorých rozmeroch môžeme hodnoty zanedbať (resp. použiť veľmi hrubé kvantizátory)



zmena bázových vektorov $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ na bázy $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$ (otočenie o 45^o)

Lineárna transformácia pre korelované hodnoty

x[0]	x[1]
165	77
190	85
152	68
178	77
203	92
175	67
127	50
102	36
127	69
157	63
193	74
162	54

namerané hodnoty x = (výška, váha)

energia $E[x[0]^2+x[1]^2] = E[x[0]^2] + E[x[1]^2]$

odchýlka od priemeru (variancia, rozptyl)

$x_m[i] = E[x[i]]$ $Var_i(X) = E[(x[i]-x_m[i])^2]$

$Var(X) = Var_0(X) + Var_1(X)$ (pre dve dimenzie)

energia = 26729 + 4798 = 31527
rozptyl = 835 + 219 = 1054

obidve súradnice musíme kvantizovať
s veľkým rozptylom

závislosť $x[1] \approx 0,42 * x[0]$

skúsime otočiť o uhol $arctg(0,42) \approx 22,78^o$

Lineárna transformácia pre korelované hodnoty

x[0]	x[1]
165	77
190	85
152	68
178	77
203	92
175	67
127	50
102	36
127	69
157	63
193	74
162	54

y[0]	y[1]
182	7,1
208	4,8
166	3,8
194	2,1
223	6,2
187	-6
136	-3,1
108	-6,3
144	14,4
169	-2,7
207	-6,5
170	-12,9

matica otočenia $\begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$

pre každú vstupnú dvojicu x

$$[y[0], y[1]] = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+0{,}42^2}} \begin{bmatrix} 0{,}42 & 1 \\ -1 & 0{,}42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \end{bmatrix}$$

energia = 31474 + 53 = 31527
rozptyl = 1001 + 53 = 1054

prvú súradnicu môžeme kvantizovať presnejšie (viac bitov) a špecificky vzhľadom k účelu kódovania, druhú súradnicu by bolo možné zanedbať

(takmer všetka energia sa presunula)

Lineárna transformácia pre N hodnôt

- vstupy spracujeme po blokoch veľkosti N
  N-tica tvorí bod v N-rozmernom priestore $\{x_0, x_1, \ldots, x_{N-1}\}$, ktorý transformujeme na bod $\{y_0, y_1, \ldots, y_{N-1}\}$ $\quad y_i = \sum_{j=0}^{N-1} a_{i,j} \cdot x_j$
- hodnoty y_i majú iné štatistiky – závisia od indexu i
- inverznou transformáciou $x_i = \sum_{j=0}^{N-1} b_{i,j} \cdot y_j$ získame hodnoty x späť
- v maticovom zápise $\mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \quad \mathbf{x} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{y} \quad \mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$
- potrebujeme zachovať energiu – transformácie musia byť ortonormálne $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T \quad (\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I})$

$$\sum_{j=0}^{N-1} y_j^2 = \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{A}\boldsymbol{x})^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x} = \sum_{j=0}^{N-1} x_j^2$$

Transformácia ako prechod k novej báze

ortonormálnou transformáciou popíšeme bod pomocou nových bázových vektorov

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{y} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & \cdots & a_{N-1,0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{0,N-1} & \cdots & a_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{bmatrix} =$$

$$= y_0 \begin{bmatrix} a_{0,0} \\ \vdots \\ a_{0,N-1} \end{bmatrix} + \ldots + y_{N-1} \begin{bmatrix} a_{N-1,0} \\ \vdots \\ a_{N-1,N-1} \end{bmatrix}$$

riadky transformačnej matice **A** tvoria bázové vektory novej bázy

- transformácia by mala koncentrovať energiu do čo najmenšieho počtu rozmerov
- mala by podľa možnosti dekorelovať komponenty (aby boli podľa možnosti nezávislé)

KLT – Karhunen-Loève transformácia

- maximalizuje dekoreláciu a koncentruje energiu
- uvažujeme maticu s autokorelačnými koeficientmi

$$\boldsymbol{R_X} = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

potom korelačná matica pre transformáciu maticou **A** bude

$\boldsymbol{R_Y} = \mathrm{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^T] = \mathrm{E}[\mathbf{Ax}(\mathbf{Ax})^T] = \mathbf{A}\mathbf{R}_X\mathbf{A}^T$

ak teda chceme dekorelovať hodnoty, $\mathbf{R}_y$ by mala byť diagonálna (okrem diagonály by mali byť všade nuly)

bázové vektory (riadky A) zvolíme ako normalizované vlastné vektory $\mathbf{R}_x$ – riešime diagonalizáciu matice $\mathbf{R}_x$

KLT

- vonkajší súčin **yy**^{T} = $\begin{bmatrix} y_0 y_0 & y_0 y_1 & \cdots & y_0 y_{N-1} \\ y_1 y_0 & y_1 y_1 & \cdots & y_1 y_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-1} y_0 & y_{N-1} y_1 & \cdots & y_{N-1} y_{N-1} \end{bmatrix}$

- pre dve dimenzie **R** = $\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$

  riešením rovníc $|\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}| = 0$ dostaneme vlastné hodnoty
  $\lambda_1 = R_{XX}(0) + R_{XX}(1)$ $\lambda_2 = R_{XX}(0) - R_{XX}(1)$ s vlastnými vektormi
  $\begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \beta \\ -\beta \end{bmatrix}$ a z ortonormality musí platiť $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
  teda transformačná matica **K** = $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

- parametre transformácie sa musia poslať s dátami

DWHT – diskrétna Walsh-Hadamardova transf.

- pre Hadamardovu maticu H_N dim N platí $H_N H_N^T = NI$
- $H_1 = [1]$ $H_{2N} = \begin{bmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{bmatrix}$
- DWHT transformačná matica W je H normalizovaná faktorom $\frac{1}{\sqrt{N}}$ a jej riadky sú usporiadané podľa počtu zmien znamienka

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad W_4 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- v prvom koeficiente sa sústredí najviac energie, ostatné závisia od počtu zmien rastu a klesania vstupných hodnôt
- rýchly výpočet – rekurzívne v NlogN krokoch

$$W_{2N} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{x}_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} W_N & W_N \\ W_N & -W_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{x}_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} W_N x_0 + W_N x_1 \\ W_N x_0 - W_N x_1 \end{bmatrix}$$

Dvojdimenzionálny vstup

vstupný blok veľkosti N x N môžeme chápať ako jeden vektor veľkosti N^2 a použijeme transformačnú maticu dimenzie N^2 x N^2

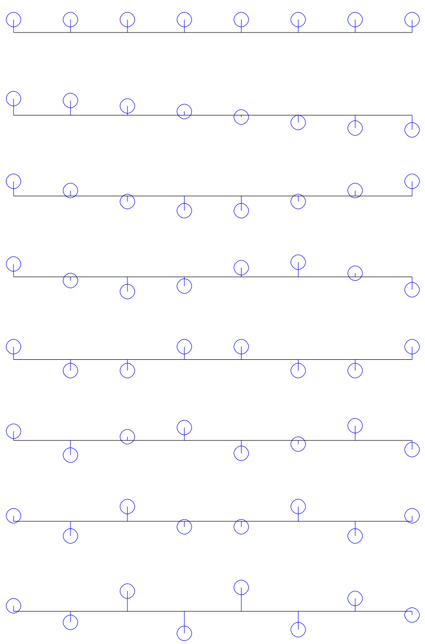
- pre blok **X** veľkosti N x N použijeme separabilnú transformáciu
- najskôr urobíme jednodimenzionálne transformácie na riadky a potom na stĺpce matice **X** (na poradí nezáleží)
- $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{A}^T$ s inverznou transformáciou $\mathbf{X} = \mathbf{A}^T\mathbf{Y}\mathbf{A}$
- celý blok **X** teda vyjadríme ako lineárnu kombináciu v novej báze
  $b_{i,j} = \mathbf{a_i}^T\mathbf{a_j}$ ($\mathbf{a_i}$ $\mathbf{a_j}$ sú i-ty a j-ty riadok **A**)
  $$\boldsymbol{X} = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (\boldsymbol{Y})_{i,j} \cdot b_{i,j}$$

DCT – diskrétna kosínusová transformácia

jednorozmerná DCT $DCT_{i,j} = \frac{1}{\sqrt{N}}$ pre i = 0;

$$DCT_{i,j} = \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(i\pi \frac{2j+1}{2N}\right)$$ i = 1, ... N – 1

bázové vektory postupne v rôznych frekvenciách filtrujú malé resp. veľké zmeny vo vstupe



- prvý vektor – najväčšia energia y_0 je DC koeficient (jednosmerný), ostatné AC (striadavé)

príklad:
$x = [100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170]^T$;
y = [381.8377, -64.4232, 0.0, -6.7345, 0.0,
-2.0090, 0.0, -0.5070]

DCT a IDCT matica

$$C = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\frac{\pi}{2n} & \cos\frac{3\pi}{2n} & \cdots & \cos\frac{(2n-1)\pi}{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \cos\frac{(n-1)\pi}{2n} & \cos\frac{(n-1)3\pi}{2n} & \cdots & \cos\frac{(n-1)(2n-1)\pi}{2n} \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = C^T = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\frac{\pi}{2n} & \cdots & \cos\frac{(n-1)\pi}{2n} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\frac{3\pi}{2n} & \cdots & \cos\frac{(n-1)3\pi}{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\frac{(2n-1)\pi}{2n} & \cdots & \cos\frac{(n-1)(2n-1)\pi}{2n} \end{bmatrix}$$

$$P_n(t) = \frac{1}{\sqrt{n}} y_0 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n-1} y_k \cos\frac{k(2t+1)\pi}{2n}$$

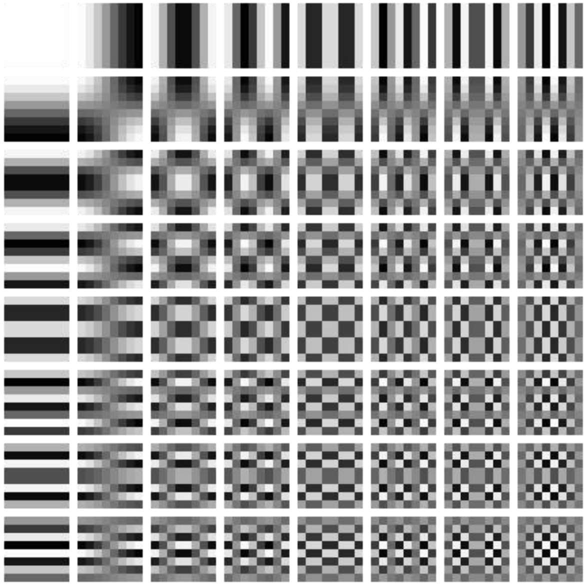
$P_n(i) = x_i$
interpolácia pomocou cos

DCT – diskrétna kosínusová transformácia

dvojrozmerná DCT **Y = DCT X DCT^T**

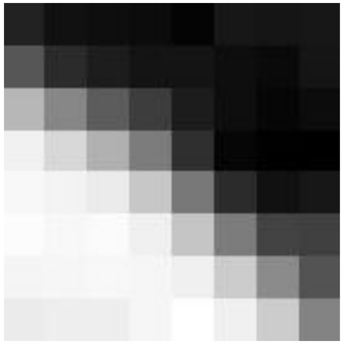
$$y_{i,j} = \frac{2}{\sqrt{MN}} \mathrm{c_i c_j} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} x_{n,m} cos\left(i\pi \frac{2n+1}{2N}\right) cos\left(j\pi \frac{2m+1}{2M}\right)$$

$c_k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ pre k = 0; $c_k = 1$ pre k = 1, ... N – 1



2-D DCT príklad

vstupný obraz



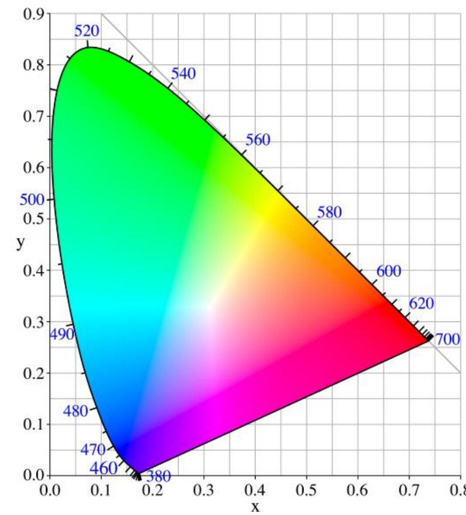
89	78	76	75	70	82	81	82
122	95	86	80	80	76	74	81
184	153	126	106	85	76	71	75
221	205	180	146	97	71	68	67
225	222	217	194	144	95	78	82
228	225	227	220	193	146	110	108
223	224	225	224	220	197	156	120
217	219	219	224	230	220	197	151

2-D DCT transformácia

1155	259	-23	6	11	7	3	0
-377	-50	85	-10	10	4	7	-3
-4	-158	-24	42	-15	1	0	1
-2	3	-34	-19	9	-5	4	-1
1	9	6	-15	-10	6	-5	-1
3	13	3	6	-9	2	0	-3
8	-2	4	-1	3	-1	0	-2
2	0	-3	2	-2	0	0	-1

Kompresia farebného obrazu

- CIE (Commission Internationale de l‘Éclairage) definovanie farebných odtieňov



RGB – intenzity 0..255 Red, Green, Blue

YCbCr model 4:4:4, 4:2:2, 4:1:1, 4:2:0
[16...235][16...240][16...240]

Y = (77/256) R + (150/256) G + (29/256) B
luminancia (intenzita)

Cb = -(44/256) R +(87/256) G + (131/256) B + 128 chroma

Cr = (131/256) R – (110/256) G – (21/256) B + 128 chroma

R=Y+1,372(Cr-128)
G=Y-0,698(Cr-128)-0,336(Cb-128)
B=Y+1,732(Cb-128)

JPEG kódovanie

- kóduje sa po blokoch 8x8 pixelov jednej farby
- doplní sa opakovaním posledného riadku resp. stĺpca
- rozsah 0..255 sa odpočítaním 128 nastaví na -128..127
- hodnoty $x_{i,j}$ sa transformujú 2-D DCT transformáciou na $y_{i,j}$

$$y_{i,j} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{7} \sum_{m=0}^{7} \mathrm{c_i} \mathrm{c_j} x_{n,m} cos\left(i\pi \frac{2n+1}{16}\right) cos\left(j\pi \frac{2m+1}{16}\right)$$

$c_k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ pre k = 0; $c_k = 1$ pre k = 1, ... 7

- výsledky transformácie sa kvantizujú uniformným midtread kvantizátorom podľa kvantizačnej tabuľky Q

$$q_{i,j} = \left\lfloor \frac{y_{i,j}}{Q_{i,j}} + 0{,}5 \right\rfloor$$

Štandardné kvantizačné matice

$$\begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

luminancia (intenzita)

$$\begin{bmatrix} 17 & 18 & 24 & 47 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 18 & 21 & 26 & 66 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 24 & 26 & 56 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 47 & 66 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\ 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \end{bmatrix}$$

chrominancia (farebnosť)

môže sa tiež parametrizovať $Q_{i,j} = 1 + (i + j) * R$ s parametrom R

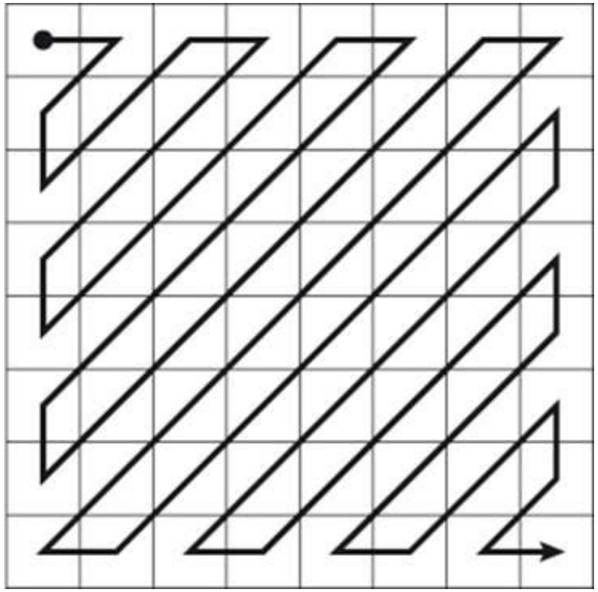
Kódovanie DC koeficientov

- DC koeficient je násobok priemeru hodnôt v bloku – nebude sa veľmi líšiť od predchádzajúceho – kódujeme diferenčným kódovaním – dvojicou kategória (Huffman 0,10,110,1110, ...) a offset v kategórii (0 (-1,1) (-3,-2,2,3) (-7,-6,-5,-4,4,5,6,7) ..)

- (00,010,011,100,101,110,1110 ...)

Kódovanie AC koeficientov

- 63 AC koeficientov sa kóduje Zigzag prechodom matice kombináciou RLE (dvojice počet 0 / hodnota) a Huffmanovym resp. aritmetickým kódom



118, 2, 0, -2, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, ...

AC: 0/2 1/-2 5/-1 0/0(EOB)

Huff: Z/C | Off

0/0 1010 F/0(ZRL) 11111111001

0/1 00 1/1 1100

0/2 01 1/2 11011

0/3 100 1/3 1111001

Dekódovanie JPEG

- dekódovanie entropického kódu pre DC a AC koeficienty
- dekvantizácia – rekonštuované hodnoty
  $\hat{y}_{i,j} = \hat{q}_{i,j} * Q_{i,j}$ (štandardnou resp. prenesenou maticou)
- IDCT transformácia

$$\hat{x}_{i,j} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{7} \sum_{m=0}^{7} \mathrm{c_i c_j} \hat{y}_{n,m} cos\left(i\pi \frac{2n+1}{16}\right) cos\left(j\pi \frac{2m+1}{16}\right)$$

$c_k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ pre k = 0; $c_k = 1$ pre k = 1, ... 7

- stačí počítať $cos(i\pi/16)$ pre i = 1, ..., 7
- pre 8x8x3 cca 300 násobení

Formáty JPEG súborov

- JFIF (JPEG File Interchange Format)

markery SOI, APP0 (dĺžka, verzia, hustota, náhľad), DQT, DHT, SOS – start of scan, EOI

- Exif (exchangeable image file format)

+ nastavenie kamery, čas, geolocation, manipulácia s obrazom (C++, Python ...)

- TIFF (Tag Image File Format)

- sekvenčný režim   baseline (8 bitov) + thumbnails
- progresívny režim
  spectral selection – podľa pozícií v Zigzag usporiadaní (intervaly) napr. najskôr 0 (DC), potom 1,2, potom 3,4,5 ...
  successive approximation – najskôr s menšou presnosťou (hrubšou kvantizáciou) – vyššie bity, potom nižšie bity
- hierarchický režim – kombinácia stratových a bezstratových metód – prvý frame (náhľad) bez straty (malé rozlíšenie), ďalšie náhľady – rozdiel od prvého náhľadu s DCT
- bezstratový režim (prediktívne kódy)

- matica DCT_8 8 x 8 pre JPEG

DCT_8 =

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\
\frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{9\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{11\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{13\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{15\pi}{16} \\
\frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{10\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{14\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{18\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{22\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{26\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{30\pi}{16} \\
\frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{9\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{15\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{21\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{27\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{33\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{39\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{45\pi}{16} \\
\frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{12\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{20\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{28\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{36\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{44\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{52\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{60\pi}{16} \\
\frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{15\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{25\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{35\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{45\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{55\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{65\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{75\pi}{16} \\
\frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{18\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{30\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{42\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{54\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{66\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{78\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{90\pi}{16} \\
\frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{21\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{35\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{49\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{63\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{77\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{91\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{105\pi}{16}
\end{bmatrix}
$$

- matica DCT_8 8 x 8 pre JPEG

DCT_8 =

$$\begin{bmatrix}
0{,}354 & 0{,}354 & 0{,}354 & 0{,}354 & 0{,}354 & 0{,}354 & 0{,}354 & 0{,}354 \\
0{,}49 & \frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} \\
0{,}462 & \frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} \\
0{,}416 & -\frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} \\
0{,}354 & -\frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{4\pi}{16} \\
0{,}278 & -\frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} \\
0{,}191 & -\frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{2\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{6\pi}{16} \\
0{,}098 & -\frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{3\pi}{16} & \frac{1}{2}cos\frac{5\pi}{16} & -\frac{1}{2}cos\frac{7\pi}{16}
\end{bmatrix}$$

- matica DCT_8 8 x 8 pre JPEG

$$\mathrm{DCT}_8 = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

Ďakujem za pozornosť.

jozef.jirasek@upjs.sk