

# Stratová kompresia údajov predikčné metódy

ÚINF/KMÚ ZS 2019/20  
doc. RNDr. Jozef Jirásek, PhD.



# Diferenčné kódovanie

- kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8
$d$	6,2	3,5	3,5	-6,2	1,1	-0,7	-3,2	-2,4
$\hat{d}$								
$\hat{x}$								



# Diferenčné kódovanie

- kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8	
$d$	6,2	3,5	3,5	-6,2	1,1	-0,7	-3,2	-2,4	
$\hat{d}$	6	4	4	-6	2	0	-4	-2	midtread
$\hat{x}$	6	10	14	8	10	10	6	4	

$$d_1 = x_1 - x_0$$

$$\widehat{d}_1 = Q(d_1) = d_1 + q_1$$

$$\widehat{x}_1 = x_0 + \widehat{d}_1 = x_0 + d_1 + q_1 = x_1 + q_1$$



# Diferenčné kódovanie

- kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8	
$d$	6,2	3,5	3,5	-6,2	1,1	-0,7	-3,2	-2,4	
$\hat{d}$	6	4	4	-6	2	0	-4	-2	midtread
$\hat{x}$	6	10	14	8	10	10	6	4	MSE = 2,5275

$$d_1 = x_1 - x_0$$

$$\hat{d}_1 = Q(d_1) = d_1 + q_1$$

$$\hat{x}_1 = x_0 + \hat{d}_1 = x_0 + d_1 + q_1 = x_1 + q_1$$

$$d_2 = x_2 - x_1$$

$$\hat{d}_2 = Q(d_2) = d_2 + q_2$$

$$\hat{x}_2 = \hat{x}_1 + \hat{d}_2 = x_1 + q_1 + d_2 + q_2 = x_2 + q_1 + q_2$$

$$\hat{x}_n = x_n + \sum_{k=1}^n q_k$$

chyba sa akumuluje



# Diferenčné kódovanie

- kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8	
$d$	6,2	3,5	3,5	-6,2	1,1	-0,7	-3,2	-2,4	
$\hat{d}$	6	4	4	-6	2	0	-4	-2	midtread
$\hat{x}$	6	10	14	8	10	10	6	4	MSE = 2,5275

$$d_1 = x_1 - x_0$$

$$\hat{d}_1 = Q(d_1) = d_1 + q_1$$

$$\hat{x}_1 = x_0 + \hat{d}_1 = x_0 + d_1 + q_1 = x_1 + q_1$$

$$d_2 = x_2 - x_1$$

$$\hat{d}_2 = Q(d_2) = d_2 + q_2$$

$$\hat{x}_2 = \hat{x}_1 + \hat{d}_2 = x_1 + q_1 + d_2 + q_2 = x_2 + q_1 + q_2$$

$$\hat{x}_n = x_n + \sum_{k=1}^n q_k$$

chyba sa akumuluje



# Diferenčné kódovanie

kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej **rekonštruovanej** hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8
$d$	6,2	3,7						
$\hat{d}$	6	4						
$\hat{x}$	6	10						

midtread kvantizácia

$$d_1 = x_1 - x_0$$

$$\hat{d}_1 = Q(d_1) = d_1 + q_1$$

$$\hat{x}_1 = x_0 + \hat{d}_1 = x_0 + d_1 + q_1 = x_1 + q_1$$

$$d_2 = x_2 - \hat{x}_1$$



# Diferenčné kódovanie

kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej rekonštruovanej hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8
$d$	6,2	3,7						
$\hat{d}$	6	4						
$\hat{x}$	6	10						

midtread kvantizácia

$$d_1 = x_1 - x_0$$

$$\hat{d}_1 = Q(d_1) = d_1 + q_1$$

$$\hat{x}_1 = x_0 + \hat{d}_1 = x_0 + d_1 + q_1 = x_1 + q_1$$

$$d_2 = x_2 - \hat{x}_1$$

$$\hat{d}_2 = Q(d_2) = d_2 + q_2$$

$$\hat{x}_2 = \hat{x}_1 + \hat{d}_2 = \hat{x}_1 + d_2 + q_2 = x_2 + q_2$$

$$\hat{x}_n = x_n + q_n$$



# Diferenčné kódovanie

kvantizácia rozdielu od predchádzajúcej rekonštruovanej hodnoty

$x$	6,2	9,7	13,2	7	8,1	7,4	4,2	1,8	
$d$	6,2	3,7	3,2	-7	0,1	-0,6	-3,8	-2,2	
$\hat{d}$	6	4	4	-6	0	0	-4	-2	
$\hat{x}$	6	10	14	8	8	8	4	2	MSE = 0,2775

$$d_1 = x_1 - x_0$$

kód : 111 110 110 001 100 100 010 011

$$\hat{d}_1 = Q(d_1) = d_1 + q_1$$

$$\hat{x}_1 = x_0 + \hat{d}_1 = x_0 + d_1 + q_1 = x_1 + q_1$$

$$d_2 = x_2 - \hat{x}_1$$

$$\hat{d}_2 = Q(d_2) = d_2 + q_2$$

$$\hat{x}_2 = \hat{x}_1 + \hat{d}_2 = \hat{x}_1 + d_2 + q_2 = x_2 + q_2 \quad \hat{x}_n = x_n + q_n$$

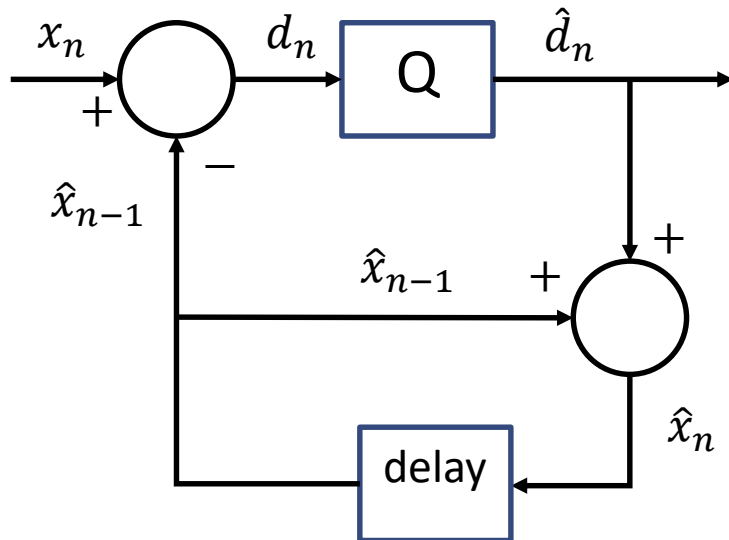


# DPCM – differential pulse code modulation

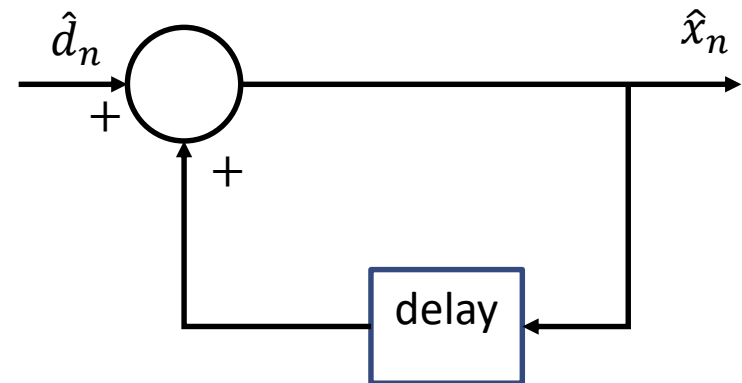


$$d_n = x_n - \hat{x}_{n-1} \quad \hat{d}_n = Q(d_n)$$

$$\hat{x}_n = \hat{x}_{n-1} + \hat{d}_n$$



encoder



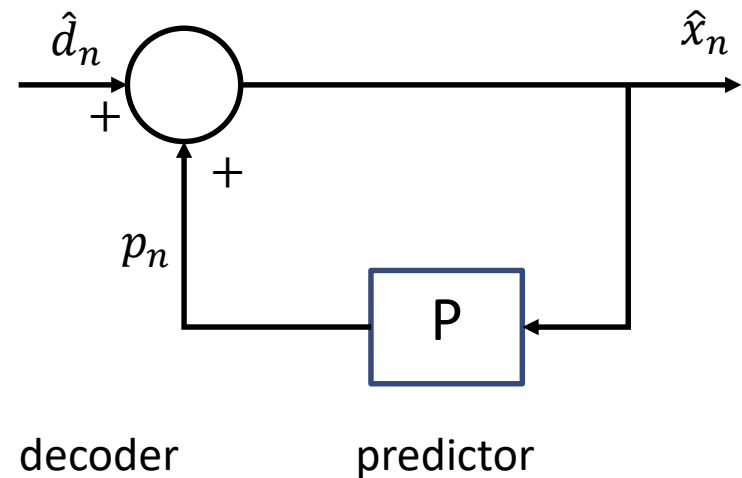
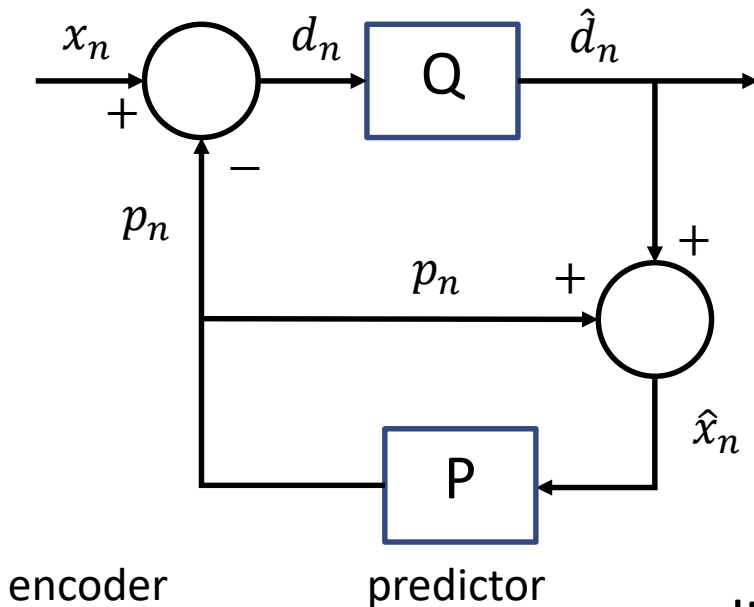
decoder



# Predikcia

hodnotu  $x_n$  budeme predikovať  $p_n = f(\hat{x}_{n-1}, \hat{x}_{n-2}, \dots, \hat{x}_0)$

$$d_n = x_n - p_n \quad \hat{d}_n = Q(d_n) \quad \hat{x}_n = p_n + \hat{d}_n$$



predikčná chyba  $x_n - p_n$  je kvantizovaná

$$D = E[(x_n - \hat{x}_n)^2] = E[((p_n + d_n) - (p_n - \hat{d}_n))^2] = E[(d_n - \hat{d}_n)^2]$$



# Lineárna predikcia

$$p_n = \sum_{i=1}^N a_i \hat{x}_{n-i} \text{ s odhadom } D \approx E[(x_n - \sum_{i=1}^N a_i x_{n-i})^2]$$

- môžeme spočítať derivácie podľa  $a_i$  a optimalizovať

$$\frac{\partial D}{\partial a_1} = -2E[(x_n - \sum_{i=1}^N a_i x_{n-i})x_{n-1}] = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial a_2} = -2E[(x_n - \sum_{i=1}^N a_i x_{n-i})x_{n-2}] = 0$$

...

$$\frac{\partial D}{\partial a_N} = -2E[(x_n - \sum_{i=1}^N a_i x_{n-i})x_{n-N}] = 0$$

- pomocou autokorelačnej funkcie  $R_{xx}(k) = E[x_n x_{n+k}]$

$$\sum_{i=1}^N a_i R_{xx}(i-1) = R_{xx}(1)$$

...

$$\sum_{i=1}^N a_i R_{xx}(i-N) = R_{xx}(N)$$

# Maticové vyjadrenie riešenia autokorelačnej funkcie



- riešenie možno vyjadriť v tvare  $\mathbf{R} \mathbf{A} = \mathbf{P}$  kde

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \dots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \dots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} R_{xx}(1) \\ R_{xx}(2) \\ \vdots \\ R_{xx}(N) \end{bmatrix} \quad \text{a vypočítať optimálne } \mathbf{A} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}$$

potom bude predikčná chyba  $D_p = R_{xx}(0) - \mathbf{A}^T \mathbf{P}$

- predikčný zisk =  $\text{SNR}_p - \text{SNR}_o$  (šum s predikciou a bez)



# Viacrozmerná autokorelácia

- pre dostatočne veľkú vstupnú postupnosť

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} x_i \cdot x_{i+k}$$

- ak priemerné hodnoty vstupu sú  $m \neq 0$ , je potrebné údaje posunúť o  $m$  (optimalizácia bola pre strednú hodnotu 0)
- je možné optimalizovať predikciu aj vo viacrozmerných priestoroch  $p_{i,j} = a_1 \cdot x_{i,j-1} + a_2 \cdot x_{i-1,j}$  tiež pomocou autokorelácie

$$\begin{bmatrix} R_{XX}(0,0) & R_{XX}(1,-1) \\ R_{XX}(1,-1) & R_{XX}(0,0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{XX}(0,1) \\ R_{XX}(1,0) \end{bmatrix}$$



# ADPCM adaptívne postupy

- adaptívna kvantizácia
  - napr. Jayant s multiplikátormi (0,9 0,9 1,25 1,75)
- adaptívna predikcia
  - DPCM-APF forward metóda – výpočet parametrov po blokoch
  - DPCM-APB backward metóda – on-line (aby nedochádzalo k výpadkom pri prenosoch)

priebežný prepočet prediktora prvého stupňa

$$d_n^2 = (x_n - a_1 \hat{x}_{n-1})^2 \quad \text{a pri zmene} \quad a_1^{(n+1)} \approx a_1^{(n)} - \alpha \frac{\partial d_n^2}{\partial a_1}$$

kde  $\alpha$  je vhodná konštanta, potom ale

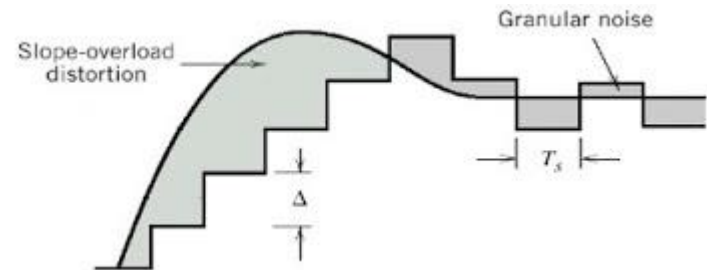
$$\frac{\partial d_n^2}{\partial a_1} = -2(x_n - a_1 \hat{x}_{n-1}) \hat{x}_{n-1} = -2d_n \hat{x}_{n-1}$$

$$\text{potom} \quad a_1^{(n+1)} \approx a_1^{(n)} + \alpha d_n \hat{x}_{n-1} \approx a_1^{(n)} + \alpha \hat{d}_n \hat{x}_{n-1}$$

aby dekóder mohol použiť rovnaký postup

# DM - Delta modulácia

- jednoduchá forma diferenčného kódovania – používa jednobitový kvantizátor s dvomi výstupnými rekonštruovanými hodnotami  $\pm\Delta$
- výstupná hodnota podľa rozdielu aktuálnej hodnoty vstupu a dosiahnutej rekonštruovanej hodnoty
- problémy s veľkými zmenami na vstupe – šum z preťaženia
- pre veľmi malé zmeny – šum zo zrnitosti kvantizátora
- používa sa pre rýchle snímanie spojitých procesov (A/D prevodníky, kódovanie zvuku)



# Adaptívna delta modulácia

- reaguje na zmeny na vstupe zmenami veľkosti hodnoty  $\Delta$

## CFDM (Constant Factor Adaptive Delta Modulation)

- výstup  $s_n = 1$  pre  $\hat{d}_n > 0$  a  $s_n = -1$  pre  $\hat{d}_n < 0$   
 adaptácia  $\Delta_n = M_1 \Delta_{n-1}$  pre  $s_n = s_{n-1}$   $\Delta_n = M_2 \Delta_{n-1}$  pre  $s_n \neq s_{n-1}$   
 parametre  $M_1 = 1/M_2 = M > 1$

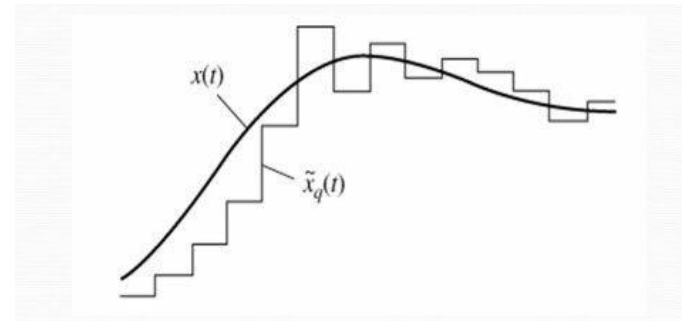
- s väčšou pamäťou

$$s_n \neq s_{n-1} = s_{n-2} \quad M_1 = 0,4$$

$$s_n \neq s_{n-1} \neq s_{n-2} \quad M_2 = 0,9$$

$$s_n = s_{n-1} \neq s_{n-2} \quad M_3 = 1,5$$

$$s_n = s_{n-1} = s_{n-2} \quad M_4 = 2,0$$



## CVSD (Continuously Variable Slope Delta Modulation) –

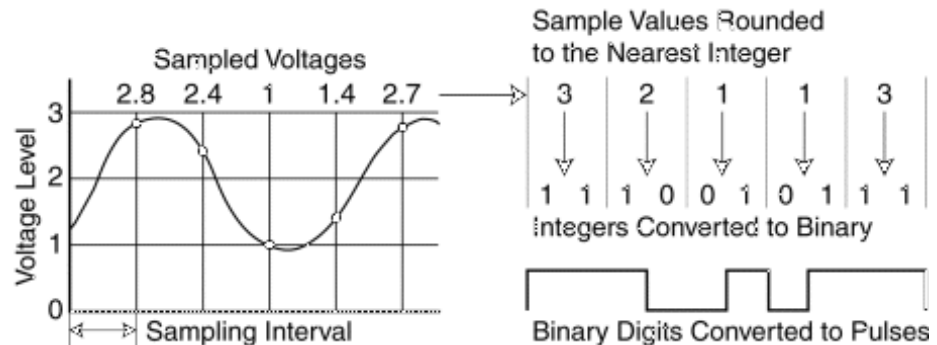
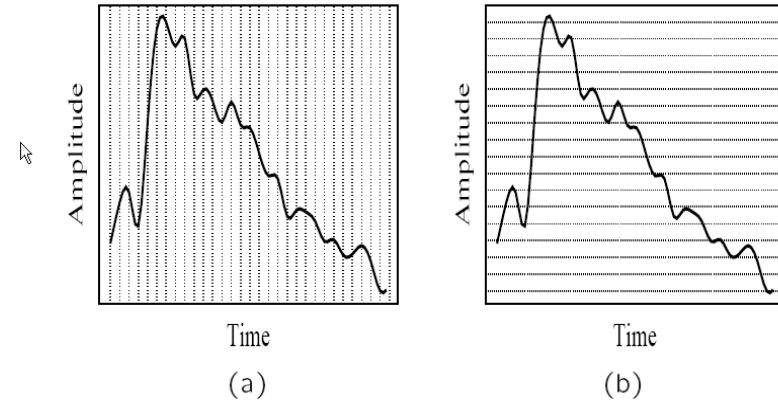
s pomalšou adaptáciou  $\Delta_n = \beta \Delta_{n-1} + \alpha_n \Delta_0$

$\beta < 1$ ,  $\alpha_n = 1$  ak j z k posledných výstupov má rovnaké znamienko



# Digitalizácia zvuku

- konverzia analógového signálu na postupnosť čísel
- snímkovanie a kvantizácia
- Nyquist – snímkovanie musí byť aspoň dvakrát častejšie ako šírka pásma, ktoré kódujeme
- pre binárne kódovanie
  - telefón 8 bitov
  - CD 16 bitov
- PCM (Pulse Code Modulation)





# ITU-T G.711 (telefónne siete)

PCM - 8000 snímok za sekundu, 12-bitová kvantizácia (signál v rozsahu 300 – 3400 Hz)

- uniformná kvantizácia  $R = 12 \text{ b} * 8000 / \text{s} = 96 \text{ kb/s}$
- neuniformná 8-bitová kvantizácia log. kompresorom = 64 kb/s

A-law (Európa)  $A = 87,6$

$$F(x) = \text{sign}(x) \begin{cases} \frac{A|x|}{1 + \ln(A)} & |x| < 1/A \\ \frac{1 + \ln(A|x|)}{1 + \ln(A)} & \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1 \end{cases}$$

$\mu$ -law (Amerika , Japonsko)  $\mu = 255$

$$F(x) = \text{sign}(x) \frac{\ln(1 + \mu|x|)}{\ln(1 + \mu)} \quad |x| \leq 1$$



# ITU-T G.721, G.726

ADPCM 32 kb/s (16, 24, 40 kb/s)

2, 3, 4, 5-bitové rozdielové snímky od A-law ( $\mu$ -law)

- backward adaptive kvantizátor (podobný Jayantovmu s logaritmickou škálou)
- adaptívny prediktor podľa posledných dvoch rekonštruovaných hodnôt a posledných šiestich kvantizovaných diferencií

$$p_k = \sum_{i=1}^2 a_i^{(k-1)} \hat{x}_{k-i} + \sum_{i=1}^6 b_i^{(k-1)} \hat{d}_{k-i}$$

(rozdielne parametre predikcie pre zvuk a pre reč)

Ďakujem za pozornosť.

jozef.jirasek@upjs.sk