

---

# KRVOPOT

2. séria, 2011/2012

---

- 1 Erika sa vracala z výletu. Najprv cestovala autobusom a potom pokračovala zo zastávky na bicykli. Celá cesta jej trvala presne 1 hodinu 30 minút a prešla pri nej vzdialenosť 60 km. Autobus išiel priemernou rýchlosťou 50 km/h. Určte, ako dlho išla Erika na bicykli, keď jej rýchlosť v km/h je vyjadrená prirodzeným číslom rovnako ako vzdialenosť meraná v km, ktorú prešla na bicykli.
- 2 V rámci volejbalového turnaja zohrali každé dve družstvá jeden zápas. Po skončení turnaja sa zistilo, že pre každú dvojicu družstiev možno nájsť tretie družstvo, ktoré nad oboma vyhralo. Dokážte, že turnaja sa zúčastnilo aspoň sedem družstiev.
- 3 Každý mrežový bod štvorca  $10 \times 10$  je zafarbený jednou z dvoch farieb. Dokážte, že existuje dvojica vodorovných a dvojica zvislých priamok tak, že ich všetky štyri priesečníky sú zafarbené tou istou farbou.
- 4 Nájdite aspoň jednu trojicu prirodzených čísel väčších ako 50, ktorá je riešením rovnice

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz.$$

- 5 Nech  $n$  je prirodzené číslo,  $P$  je taký bod strany  $AB$  rovnobežníka  $ABCD$ , že  $|AP| = \frac{|AB|}{n}$ , a  $Q$  je priesečník priamok  $AC$  a  $DP$ . Dokážte, že platí  $|AQ| = \frac{|AC|}{n+1}$ .
- 6 Dokážte, že telesová uhlopriečka kocky je kolmá na všetky stenové uhlopriečky s ňou mimobežné.

---

Riešenie každej úlohy musí byť na osobitnom papieri, lebo ich budú opravovať rôzni ľudia. Odovzdané musia byť N. Székelyovej, M. Ivaneckej, alebo S. Krajčimu, a to do pondelka **28. 11. 2011**. Podrobné informácie o súťaži sú na stránke <http://ics.upjs.sk/~krajci/skola/ine/Krvopot/Krvopot.html>.

---