
KRVOPOT

1. séria, 2011/2012

- 1** Po okruhu bežia dvaja atléti, každý inou konštantnou rýchlosťou. Keď bežia opačnými smermi, stretávajú sa každých 10 minút, keď bežia rovnakým smerom, stretávajú sa každých 40 minút. Za aký čas zabehne okruh rýchlejší atlét?
- 2** V istom meste majú vybudovanú sieť na šírenie klebiet, v ktorej si každý klebetník vymieňa informácie s tromi klebetnicami a každá klebetnica si vymieňa informácie s tromi klebetníkmi. Inak sa klebety nešíria.
- a)** Dokážte, že klebetníkov a klebetníc je rovnako veľa.
- b)** Predpokladajme, že sieť na klebetenie je súvislá (t. j. že klebety od ľubovoľného klebetníka i ľubovoľnej klebetnice sa môžu dostať ku všetkým ostatným). Dokážte, že aj keď jeden klebetník alebo klebetnica zomrie, zostane sieť súvislá.
- 3** Polia šachovnice 8×8 sú očíslované od 1 do 64. Prvý riadok od 1 do 8, druhý od 9 do 16, až posledný od 57 do 64. Na šachovnici je rozostavených osem veží tak, aby sa navzájom neohrozovali. Aké hodnoty môže nadobudnúť súčet čísel, na ktorých môžu byť rozostavené veže? (Veža sa môže pohybovať ľubovoľný počet polí v riadku alebo v stĺpci.)
- 4** Nájdite všetky trojčleny $p(x) = ax^2 + bx + c$, ktoré dávajú po delení dvojčlenom $x + 1$ zvyšok 2 a po delení dvojčlenom $x + 2$ zvyšok 1, pričom $p(1) = 61$.
- 5** Lichobežník $ABCD$ má základne AB a CD s dĺžkami 18 a 6. Pre bod E strany AB platí $2|AE| = |EB|$. Ťažisko trojuholníkov ADE , CDE , BCE , ktoré označíme v poradí K , L , M , tvoria vrcholy rovnostranného trojuholníka.
- a)** Dokážte, že priamky KM a CM zvierajú pravý uhol.
- b)** Vypočítajte dĺžky ramien lichobežníka $ABCD$.
- 6** Každá hrana pravidelného štvorstena je rozdelená na tri zhodné časti. Každým deliacim bodom vedieme dve roviny rovnobežné so stenami štvorstena, ktoré neobsahujú daný bod. Na koľko častí rozdelia tieto roviny štvorsten?

Riešenie každej úlohy musí byť na osobitnom papieri, lebo ich budú opravovať rôzni ľudia. Odovzdané musia byť N. Székelyovej, M. Ivanekovej, alebo S. Krajčimu, a to do pondelka **24. 10. 2011**. Podrobné informácie o súťaži sú na stránke <http://ics.upjs.sk/~krajci/skola/ine/Krvopot/Krvopot.html>.
