
KRVOPOT

1. séria, 2008/2009

- 1 Nájďte najmenšie prirodzené číslo x také, aby každé z čísel x , 616, 700, 924 bolo deliteľom súčinu ostatných troch.
- 2 Vnútrotným bodom trojuholníka s obsahom S ved'eme rovnobežky ku každej zo strán. Tým rozdelíme trojuholník na tri rovnobežníky a tri trojuholníky. Obsahy týchto trojuholníkov označme S_1 , S_2 , S_3 . Dokážte, že potom platí

$$\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3} = \sqrt{S}.$$

- 3 Predstavte si drevenú kocku s hranou dĺhou 3 dm. Minimálne koľko rezov pílkou musíme urobiť, aby sme drevenú kocku rozrezali na 27 malých kociek?
- 4 Dvaja kamaráti Adam a Boris skočili naraz do vody z protiahlých strán neštandardne dlhého bazéna obdĺžnikového tvaru. Obidvaja plávali konštantnými, ale rôznymi rýchlosťami. Aký dlhý je bazén, ak sa prvýkrát stretli 30 m od Adamovho a druhýkrát 20 m od Borisovho štartovacieho miesta?
- 5 Na bielom štvorčekovanom papieri je n štvorčekov zafarbených načierno. Štvorčeky sa prefarbujú (naraz) podľa nasledujúceho pravidla: Každý štvorček získa takú farbu, akú mala väčšina z týchto troch štvorčekov: uvažovaný štvorček, štvorček bezprostredne napravo od neho a štvorček bezprostredne nad ním. Dokážte, že najviac po n prefarbeniach budú všetky štvorčeky biele.
- 6 Ak chcete zistiť, ktorý deň v týždni ste sa narodili, použite nasledujúci postup: Označte deň vášho narodenia D , mesiac M a rok Y (napr. ak ste sa narodili 6. júla 1989, tak $D = 6$, $M = 7$ a $Y = 1989$). Ak $M = 1$ alebo $M = 2$, tak odpočítajte 1 od Y a pripočítajte 12 k M . Vytvorte číslo Y_1 z prvých dvoch číslic čísla Y a číslo Y_2 z druhých dvoch číslic čísla Y . Vypočítajte:

$$X = \left(D + Y_2 - 2Y_1 + [2,6M - 5,39] + \left\lfloor \frac{Y_2}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{Y_1}{4} \right\rfloor \right) \bmod 7.$$

Ak vám vyšlo $X = 0$, tak ste sa narodili v nedeľu, ak $X = 1$, tak v pondelok a tak ďalej. Dokážte, že uvedený postup je správny.

Riešenie každej úlohy musí byť na osobitnom papieri, lebo ich budú opravovať rôzni ľudia. Odovzdané musia byť I. Semanišinovej alebo S. Krajčimu, a to do pondelka **20. 10. 2008**. Podrobné informácie o súťaži sú na stránke <http://ics.upjs.sk/~krajci/skola/ine/Krvopot/Krvopot.html>.
