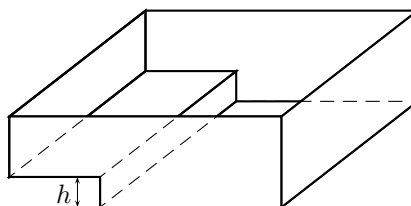
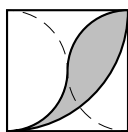

KRVOBOT

2. séria, 2007/2008

- 1 Nech $A(x, y)$ je aritmetický priemer čísel x, y . Dokážte, že ak x, y sú kladné čísla a m je prirodzené číslo, tak platí $A^m(x, y) \leq A(x^m, y^m)$.
- 2 Majme obdĺžnik rozmeru 1×25 , rozdelený na 25 malých štvorčekov. Rozhodnite, či je možné zapísať prirodzené čísla od 1 do 25, každé do jedného štvorčeka, bez opakovania a tak, aby súčet čísel v ľubovoľných dvoch susedných štvorčekoch bol druhá mocnina celého čísla. Ak sa to dá, uveďte vhodné usporiadanie týchto 25 čísel. Ak sa to nedá, vysvetlite prečo.
- 3 Vypočítajte obsah a obvod sivej plochy, ak strana štvorca meria 10 cm.



- 4 Na obrázku vidíte bazén s dlhým schodom pri jednej jeho stene. Prázdny bazén sme začali napúšťať prívodom s konštantným prietokom a sledovali sme výšku hladiny. Za 8 minút hladina vystúpila do výšky 20 cm a dotedy ešte nebola na úrovni schodu. Po 23 minútach napúšťania sa hladina nachádzala vo výške 55 cm od dna a schod už bol nejakú dobu pod hladinou. Po 35,5 minútach napúšťania bol bazén naplnený do výšky 80 cm. Aká je výška h schodu?
- 5 Rozšifrujte otázku v nasledujúcom texte:

SHGDJRJLFNH CDVDGB SUL ULHVHQL PDWHPDWFENBFK XORK

DN FKFHPH, DEB CLDFL ULHVLOL PDWHPDWFENX XORKX, PXVLPH LP MX CDGOW. LFK VDPRWQBFK QLNGB QHQDSDGQH, DEB VL QHMNDX CDGDOL VDPL. YBEHUX YKRGQHM XORKB YHQXMPH URYQDNX SRCRUQRVW DNR YBEHUX CLYRWQHKR SDUWQHOD. DYVDN CDWLDO FR SUL YROEH SDUWQHOD MH URCKRGXMXFH, FL YBVND QDVKR CLYRWQHKR PLQLPD SR VYDGEH EXGH YDFVLD QHC YBVND QDVKR CLYRWQHKR PDALPD SUHG VYDGERX, SUL YROEH SULNODGX URCKRGXMX WR, FL VD KR EHKRP SUHVVDYNB QDXFLPH YBULHVLW. CLDFNX RVREQRVW URCYLMDPH SUL NDCGHM SULOHCLWRVWL, DOH WDN, DEB QHSUHUVWOD FHC KODYX QDVHM RVREQRVWL. SUL WOPHQL CLDFNMM RVREQRVWL SRVWXSMMPH KXPQQH D WDN, DEB VPH PDOL DOLEL. PDWHPDWFENX XORKB GHOLPH QD VSUDYQH, FR VX XORKB, NWRUH YBULHVLW YLPH, D QD QHVUDYQH, NWRUH WLHC YBULHVLW YLPH, DOH YCGB, NHG LFK FKFHPH ULHVWL, QDP GR WRKR QHFR SULGH. SULSUDYD QD KRGLX EB PDOD REVDKRYDV OHQ XORKB VSUDYQH. XORKD PD XPRQLW, DEB VPH VD SUHG CLDNL XNDODOL D QDSUDYLOL VL WDN UHSXWDFLX SRVNRGHQX QD PLQXOHM KRGLQ, NHG VPH SULOLV QHVNRUR CLVWLQ, CH ULHVLPH XORKX QHVUDYQX D QHEROL VPH QLNDP RGYRQDL. SUHG CDGDQLP XORKB YBYRULPH Y WULHG XVPHYQH SURVWUHGHL, DEB SR MMH CDGDQL PRKRO CLDNRP XVPH QD SHUDFK CPUCQXW. SR WBFKWR GROHCLWBFK SULSUDYDFK XC CLDFL YDFVLQRX UHCLJQXMX, D VX WDN QD ULHVHQLH XORKB SULSUDYHQL. PXVLPH LFK YVDN SULSUDYLV L QD WR, CH VD YREHF QHSRGDUL XORKX YBULHVLW. QLNGB QHSULSXVLPH, CH EB QHYBULHVHQLH XORKB PRKOR PDW QHMNDX VXYLVORVW V QDVLP QDORVWDPL. QHYBULHVHQLH XORKB MH YCGB VSRVREHQH QHGRVWVWRP FDVX. SUHWRCX PDMX CLDFL GRPD FDVX GRVW, GDFP LP MX CD GRPDFX XORKX. ULHVHQLH XORK URCGHXMMPH QD YODVQH, NHG LFK ULHVLPH YODVWQBPL VLQDPL D CDURYQH SLVPH QD WDEXOX, D QD QHYODVWQH, NHG LFK ULHVLPH YODVWQBPL VLQDPL, DOH CDSLQ QD WEXOL MH VSRVWUHGNYDQB YBYRQDQB CLDNRP. SUL QHYODVWQR ULHVHQL PRCH GRVWV N WRPX, CH CLDN QHSFRKSL, CH VOXCL OHQ DNR CDSLVRVDWHO QDVLFK PDWHPDWFENBFK LGLH D VQDCL VD QDP YQXWLW LQB VSRVRE ULHVHQLD, QHC NWRUB YLPH, SULFRP MHRK VSRVRE YREHF QHYLPH. CLDFNH ULHVHQLH, NWRUH VD OLVL RG ULHVHQLD QDVKR, MH YCGB QHURCXQP. CLDNRYL, NWRUB CDFDQ XORKX ULHVWL LQDN, QHC VL SUHGVDYXMPH, MH QXWQH VHWUQH YBYVHWOLW, CH MHRK SRVWXS QLNDP QHYVGLH. DN VD CLDN RGYDCL XORKX ULHVWL LQDN, QHC VL SUHGVDYXMPH, RNDPCLWH N QHPX SULVWXSPLH D QHQDSDGQH CPDQDYMXF MHRK SRVWXS VD RSBWDPH, FL PX QLF OHSVLH QHQDSDGOR. GROHCLWH XSRUQHQHLSU SUH CDFLQMXFLX SHGDJRJRY: RWDCHX "NWRUB KOXSDN YDV WR WDNWR XFLO?" NODGLPH OHQ Y WRP SULSDGH, NHG VPH VL VLWL, CH VPH WR QHEROL PB DQL ULDGLWHO VNROB. NDCGD FKBED, NWRUX XURELPH, MH FKBED XPEVHOQD. FKBE QHXPBVHQBFK VD CDVDGQH QHGRSXVWDPH. YBULHVHQLH SULNODG QHEKDPH Y WULHG QLHNRONR PLQXW GRCQLW, SUHWRCX SUHYDQDQ FDVW CLDNRQ YREHF QHYLH, FR VPH YODVWQH YBSRFLWDL. DN YLPH GDQB SULNODG YBULHVLW URQCBPL VSRVREPL, XNDCHPH LFK. MHGQBP VSRVREPR MH CLDN GHSULPRYDQB OHQ UDC. D QD CDYHU VYVREHFQD SHGDJRJLFND CDVDGD: L XFLWMO PRCH EBW QD NRQLF VYRMMH NDULHUB SULMDWB OXGVNRX VSRORFRVWRX CD SOQRSUDYQHKR FOHQD.

- 6 Každéj cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zodpovedá iné písmeno. Nájdite čísla ABACDE, CAFDG, CHHBAED, ak viete, že predstavujú dĺžky strán nejakého trojuholníka.

Riešenie každej úlohy musí byť na osobitnom papieri, lebo ich budú opravovať rôzni ľudia. Odovzdané musia byť I. Semanšinovej alebo S. Krajčimu, a to do pondelka **26. 11. 2007**. Podrobné informácie o súťaži sú na stránke <http://ics.upjs.sk/~krajci/skola/ine/Krvopot/Krvopot.html>.
