

KRVOPOT

4. séria

- 1 Nájďte všetky trojciferné prirodzené čísla n také, že posledné trojčísle čísla n^2 je zhodné s číslom n .
- 2 Nájďte všetky štvorice prirodzených čísel a, b, c, d , pre ktoré platí:
$$ab + cd = 2003,$$
$$ac + db = 2003,$$
$$ad + bc = 2003.$$
- 3 Dokážte, že pre každé prirodzené $n > 0$ platí $n! > \left(\frac{n}{3}\right)^n$.
- 4 Dokážte, že z množiny ľubovoľných 14 rôznych nenulových prirodzených čísel možno pre niektoré k ($1 \leq k \leq 7$) vybrať dve disjunktné k -prvkové podmnožiny $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ a $\{b_1, b_2, \dots, b_k\}$ tak, aby pre súčty $A = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k}$ a $B = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_k}$ platilo $|A - B| < 0,001$.
- 5 Vo vnútri obdĺžnika $ABCD$ ležia body X a Y tak, že celý obdĺžnik je rozdelený na dva trojuholníky ADX, BCY s rovnakým obsahom a dva konvexné štvoruholníky $ABYX$ a $CDXY$ tiež s rovnakým obsahom. Dokážte, že potom úsečka XY prechádza stredom obdĺžnika.
- 6 V štvorstene $ABCD$ označme E a F stredy ťažníc z vrcholov A a D . (Ťažnica štvorstena je spojnica vrchola s ťažiskom jeho protíľahlej steny.) Určte pomer objemov štvorstenov $BCEF$ a $ABCD$.

Riešenia úloh treba odovzdať do pondelka **10.5.2004** I. Semanišinovej alebo S. Krajčimu.

Podrobné informácie sú na stránke <http://cs.science.upjs.sk/~krajci>.