

Úlohy na precvičenie – PDS 2019 – séria C

Úlohy riešte samostatne a podrobne. Celý postup zaznamenajte a komentujte. Odpovede zdôvodňujte celými vetami (väčšinou je otázok v úlohe viac!). Cieľom cvičenia nie je vyhľadanie riešenia, ale získanie skúseností so samostatným riešením úloh. Vo výnimočných situáciách použité citácie uveďte v riešení. Je slušné tiež uviesť mená osôb, s ktorými ste riešenie konzultovali (čo samozrejme je povolené, pokiaľ riešenie spíšete potom samostatne). Uprednostnite ručný zápis – umožní vám jednoducho pridávať ilustračné obrázky a nákresy.

Za každé správne a vyčerpávajúce riešenie (samozrejme aj s postupom) možno získať bod (ak nie je uvedené inak). Zlomky bodov možno získať aj za čiastočné riešenia. Riešenia tejto série je nutné doručiť do **7. 3. 2019, 14:25** (do začiatku tutoriálu). Pred týmto termínom je možné odovzdať riešenia na sekretariáte Ústavu informatiky (do môjho priečinka). Neskôr dodané a opisované riešenia nebudú opravované ani hodnotené. Problémy môžete konzultovať po prednáške, elektronickou poštou alebo prostredníctvom diskusnej skupiny {pds2019@googlegroups.com}.

Úplné riešenie úlohy zahŕňa väčšinou (pokiaľ to nie je uvedené inak) aj **zápis algoritmu** (bez odvolávok na literatúru a knižnice)! Správne slovné úvahy bez zápisu algoritmu budú hodnotené len zlomkami bodov.

1. Dané je vstupné n -prvkové pole $M[1..n]$. Pre model EREW PRAM navrhните a zapíšte vo WT zápise **optimálny** algoritmus, ktorý v čase $O(\log n)$ určí $\text{rank}(x:M)$ pre zadanú hodnotu x v $M[n+1]$ a výsledok uloží do $M[n+2]$. Optimalitu dokažte. Je vaše riešenie WT-optimálne ?

2. Dané je vstupné n -prvkové pole $M[1..n]$ s **neklesajúcimi** hodnotami. Pre model CREW PRAM navrhните a zapíšte vo WT zápise **optimálny** algoritmus, ktorý pre hodnotu $M[n+1]$ v **konštantnom** čase spočíta počet jej výskytov v poli M a zapíše ho na miesto $M[n+2]$.

3. Pre vstupné n -prvkové pole $M[1..n]$ s **neklesajúcimi** hodnotami zapíšte v CRCW-common PRAM modeli vo WT výpočtovom modeli algoritmus, ktorý v **konštantnom** čase určí $\text{rank}(x:M)$ pre zadanú hodnotu x v $M[n+1]$ a výsledok uloží do $M[n+2]$. Bude riešenie optimálne? Navrhните efektívnejšie riešenie (stačí popis algoritmu s výpočtom času a práce bez WT zápisu) s podstatne nižšou prácou, pričom čas bude len $O(\log \log n)$.

4. Navrhните paralelný algoritmus, ktorý v zadanom poli $M[1..n]$ nájde pre každé i maximálny index k taký, že $M[k] < M[i]$ a súčasne $k < i$. Výsledok uložte do poľa $I[1..n]$ (ak požadovaný prvok neexistuje, zapíšte index 0). Zapíšte riešenie v CRCW-common modeli vo WT zápise a vypočítajte jeho časovú zložitosť a prácu. Skúste neefektívne riešenie v konštantnom čase, potom aj nejaké optimálne riešenie (s prácou $O(n)$). Je možné optimálne riešiť aj v CREW modeli ?

4*. Zapíšte sekvenčné riešenie úlohy 4 v čase $O(n)$. (riešenie používa „zátvorkovací“ princíp – teda dá sa jednoducho riešiť zásobníkom – ako v prípade úlohy 3 v sérii B)