
DERBY

1. kolo, 2023/2024

30. 11. 2023

1 Zistite počet všetkých usporiadaných trojíc prirodzených čísel (x, y, z) , ktoré vyhovujú rovnici

$$xyz = 1\,000\,000.$$

2 Určte počet úsečiek spájajúcich vrcholy pravidelného 33-uholníka $A_1A_2 \dots A_{33}$, ktoré majú aspoň jeden spoločný bod s trojuholníkom $A_{11}A_{22}A_{33}$.

3 Nech ABC je trojuholník ABC a p priamka, ktorá neprechádza žiadnym jeho vnútorným bodom. Dokážte, že súčet vzdialeností bodov A, B, C od priamky p sa rovná súčtu vzdialeností stredov strán AB, BC, CA od priamky p .

4 Nech má trojuholník strany dĺžok a, b, c a ich protilahlé uhly veľkostí postupne α, β, γ . Dokážte, že platí

$$a \cos \alpha + b \cos \beta + c \cos \gamma > 0.$$

Na riešenie úloh máte 4 hodiny. Riešenie každej úlohy musí byť na osobitnom papieri.

Výsledky, riešenia a ďalšie informácie o súťaži budú na stránke <http://umv.science.upjs.sk/mo/>.
